Idées vraies, idées fausses

Table des matières

Avertissement au lecteur.

J'accepte avec reconnaissance toute critique de ce "mémoire".
Mais à la condition expresse que mes contradicteurs me proposent un calcul de substitution, c'est-à-dire

- un univers,
- un procédé de mesure permettant d'évaluer toutes les probabilités utiles dans une donne.

Il faudra que l'univers et les calculs qu'il permet d'effectuer soient compatibles avec tous les faits avérés dans notre donne et plus généralement avec toute situation du même type qu'on peut rencontrer à une table de bridge.

Ce préalable étant admis, on pourra me révéler, à l'aide des mathématiques, en quoi mes démonstrations sont fausses, m'expliquer en quoi la probabilité que je définis (car c'est indéniablement une probabilité) n'est pas la probabilité dans cette donne et en quoi le calcul de probabilité en cours de donne justifie un changement d'univers et de procédé de calcul par rapport à ceux qu'on utilisait au début de la donne.
Je suis impatient qu'on m'explique ces choses là.

Autre chose:
Comprenez que votre bon sens n'a absolument rien à voir avec le mien (qui est mauvais) et que leur confrontation tournerait rapidement au dialogue de sourds.
Laissez donc le bon sens et plus généralement toute technique de persuasion tendant à me faire partager votre foi, aux hommes politiques et aux hommes d'église.
Pour nous ce sera des mathématiques et rien d'autre.

Ah oui et aussi évitez les comparaisons foireuses qui n'apportent rien au débat. Je connais le problème des 3 portes ou celui des 3 urnes avec des boules blanches et noires depuis qu'on m'a cruellement arraché au sein de ma mère. Attachez vous plutôt à comprendre en quoi ces situations n'ont absolument rien à voir avec le bridge. Et si vous n'y parvenez pas, je vous engage à abandonner le bridge pour jouer au jeu des 3 portes ou à celui des 3 urnes. Vous verrez que vous ne mettrez pas longtemps à comprendre de quoi je veux parler.

Ceci dit, si vous souhaitez me convaincre de mes erreurs grâce à des arguments exclusivement mathématiques vous pouvez m'écrire à l'adresse suivante: quelbazar@orange.fr
Je vous en serais infiniment reconnaissant.

Quels procédés d'évaluation de la probabilité au bridge?

Installé en Ouest, je joue un contrat de 4♠, et, avant que l'adversaire n'entame, j'ai regardé la main de mon partenaire, qui est allé fumer une clope, ce qui en fait un futur mort à plus d'un titre.
Je m'interroge sur la probabilité pour que la ♣D soit en Nord.

Nord													
Sud													

Je peux procéder de plusieurs façons
1) je compte les mains possibles en Nord (10.400.600), parmi elles celles qui contiennent la ♣D (5.200.300), je fais le rapport du second nombre par le premier et je trouve $\frac{1}{2}$.
2) Je compte les places vacantes en Nord (13), je compte le total des places vacantes (26) je fais le rapport du premier chiffre par le second et je trouve $\frac{1}{2}$.
3) j'imagine que je distribue plusieurs fois les 26 cartes de NS. La ♣D devrait se retrouver en Nord une fois sur 2. J'assimile la probabilité cherchée à cette fréquence sur un grand nombre de donnes et je trouve $\frac{1}{2}$.

À ce stade, les 3 procédés donnent le même résultat en ce qui concerne la probabilité de situation d'une carte, mais remarquons que s'il s'agissait de calculer la probabilité pour que Nord ait un 5332, ou la probabilité pour que Nord ait entre 6 et 8 points H, ou la probabilité pour que les piques adverses soient 3-0, seul le premier procédé donnerait un résultat.
La théorie des places vacantes n'est facilement utilisable que pour calculer la probabilité de situation d'une ou plusieurs cartes et elle est absolument équivalente au décompte des mains possibles, ce qui fait que désormais nous considérerons que seuls 2 procédés de calcul sont en concurrence: mains possibles et vision en fréquence.
Quant à la vision en fréquence, elle ne permet aucun calcul, elle permet tout juste de simuler par une fréquence, grâce à des tirages répétitifs, une approximation de la probabilité générée par le calcul et encore, à condition de choisir avec soin le protocole de tirage.
Nous nous trouvons donc devant un premier paradoxe: toute simulation en fréquence, toute expérience nous situant non pas dans un ensemble de mains mais dans un ensemble de donnes a pour but de reproduire par une fréquence une probabilité qui s'appuie sur un calcul fait dans un ensemble de mains possibles et pourtant les bridgeurs préfèrent presque toujours justifier leur choix, non pas par un calcul , mais par une simulation de leur potentiel de gain dans une série de donnes.

Ces procédés sont - ils en accord avec l'axiomatique des probabilités?

Les mathématiques accordent le label de probabilité à tout procédé qui nous voyant confronté à un ensemble d'éventualités aléatoires nous permet de mesurer leur possibilité respective de la façon suivante
a) Les éventualités sont appelées **issues** (Boule tirée rouge? jaune? bleue? verte? noire? 5 issues élémentaires)
● Si A et B sont deux issues la réunion de A et de B notée A U B (A union B) est une issue (Boule jaune OU bleue).
● Autrement dit un ensemble d'issues est encore une issue et l'ensemble de toutes les issues est appelé **Univers**.
b) Les issues sont des parties de l'univers qui vérifient les propriétés suivantes:
- ● **l'issue impossible** (ou ensemble vide ∅) et **l'issue certaine** (l'univers) font partie de cette famille de parties. Les autres issues sont appelées **issues possibles**.
- ● le complément à l'univers de toute issue est une issue (le complément de A, appelé non A ou contraire de A est une issue)

c) une **mesure** est un procédé mathématique qui à tout ensemble E fait correspondre un nombre positif m(E) mesure de E vérifiant.
- ● m(∅) = 0
- ● Si E et F sont 2 ensembles disjoints m(E U F) = m(E) + m(F)

<u>On peut vérifier que lorsque des ensembles sont finis et dénombrables (on peut compter leurs éléments) le nombre d'éléments de ces ensembles constitue une mesure de ces ensembles.</u>
d) L'univers et les issues sont mesurables. Et on appelle **probabilité** une mesure P() sur l'univers vérifiant les propriétés suivantes:
- ● P(∅) = 0 probabilité de l'issue impossible = 0
- ● P(univers) = 1 Probabilité d'une issue certaine = 1
- ● Si A et B sont 2 issues disjointes (on dit aussi incompatibles) P(A U B) = P(A) + P(B)
- ● Si A est une issue possible, P(A) est un nombre compris entre 0 et 1 exclus.

★ Toutes les mains fabriquées par la distribution aléatoire sont, par définition, équiprobables.
L'ensemble de toutes les mains possibles est un ensemble fini et dénombrable. Il constitue **l'Univers**.
Tout sous - ensemble de mains possibles (qu'il en contienne une ou plus) constitue **une issue** possible.
La mesure d'une issue est le nombre de mains possibles que contient l'ensemble qui la constitue.
Dans les problèmes que nous aurons à traiter, la probabilité d'une issue est la probabilité, pour une main partiellement ou pas du tout connue, d'appartenir au sous ensemble qui constitue l'issue.
La probabilité d'une issue est le rapport de sa mesure à la mesure de l'univers.
Autrement dit l'ensemble des mains de Nord contenant la ♣D est une issue, la probabilité de cette issue qu' on appelle aussi "probabilité de situation de la ♣D en Nord" est égale au rapport du nombre de mains possibles en Nord contenant la ♣D par le nombre total des mains possibles.

★ Dans une vision en fréquence, on ne compte pas les donnes mais la fréquence avec laquelle la ♣D apparaît en Nord dans un ensemble de donnes. Or cette fréquence fluctue d'une expérience à l'autre dans une fourchette dépendant du nombre de donnes, autrement dit la mesure de la fréquence n'est ni fiable ni exploitable.
On peut passer d'un ensemble de donnes à un ensemble de mains possibles à condition de connaître la fréquence de chaque main dans une infinité de donnes. Mais comme la fréquence des mains obéit aux lois de la distribution aléatoire, toutes les mains possibles devraient avoir la même fréquence dans un ensemble infini de donnes, ce qui fait que la fréquence d'un sous ensemble de mains possibles devrait être la même dans un milliard de donnes que dans une seule. Le problème est que cette façon de procéder revient à utiliser non pas l'ensemble des donnes mais l'ensemble des mains possibles comme univers et que toutes les probabilités qu'on va calculer ainsi seront les mêmes qu'avec le premier procédé. Alors quel est l'intérêt d'une vision en fréquence?
Il y a bien une autre façon de faire, c'est considérer qu'on tire une infinité de donnes et dans ce cas, il est admis que la limite de la fréquence d'une hypothèse quand le nombre de donnes tend vers l'infini peut être assimilé à une probabilité. Mais inutile de vous dire que personne n'a jamais fait cette expérience et qu'à la table de bridge, même si l'on se situe dans la population mondiale, avant qu'une donne se reproduise, il faudra attendre plusieurs millénaires.
Ce n'est pas comme à la roulette ou à la passe anglaise où le même phénomène se reproduit en moyenne toutes les 36 ou 37 épreuves. Généralement, assimiler une fréquence à une probabilité ne présente un intérêt que lorsqu'on ne maitrise pas le mécanisme formateur de l'univers et qu'on en est réduit à mesurer les fréquences pour évaluer les probabilités. Au bridge, ce n'est pas le cas.
Il faudra donc vous résoudre à admettre que lorsque vous adoptez une vision en fréquence, l'ensemble des donnes que vous tirez a forcément la même structure qu'un ensemble de mains possibles, multiplié à l'infini, et que dans ce cas, il est absurde de ne pas vous tourner vers le référentiel des mains possibles pour calculer directement la probabilité. Pourquoi tirer mille donnes quand l'examen de l'ensemble des mains possibles dans la donne unique que vous jouez va résoudre plus simplement votre problème?
Une réserve cependant : l'utilisation de la loi de Bayes dans les situations de moindre choix va nous obliger à utiliser un univers de donnes et nous verrons plus loin ce qu'il convient de penser de ce procédé.

Cartes non significatives et cartes significatives?

Nord entame du ♥2, une carte supposée ne véhiculer aucun renseignement sur le contenu de la couleur.

Nord	**♥2**													
Sud														

Et je me demande si à ce stade la probabilité de la ♣D en Nord a changé.
D'après un éminent mathématicien, Emile Borel, (dans Théorie mathématique du bridge- 1940),
il serait absurde de conclure du fait que Nord entame une carte – Il est bien obligé de le faire ! – qu'il a moins de chance qu'Est d'avoir la ♣D. C'est ce qu'il appelle une "entame incolore", par opposition à l'entame d'un honneur comme le roi qui nous apprendrait que la dame est dans la même main. C'est aussi ce que Bill appelle une carte non - significative.
Je n'arrive pas à la cheville de Borel comme mathématicien et pourtant c'est avec l'aide des mathématiques que je vais, assez simplement, démontrer qu'il a tort.
Supposons que les 25 cartes que possèdent encore les flancs en main soient, pour simplifier,
♠ 432 ♥ 9876543 ♦ 8765432 ♣ D8765432
Si la connaissance du ♥2 en Nord ne modifie pas la probabilité de la ♣D, (il est bien obligé d'entamer) elle ne modifie pas non plus la probabilité de n'importe laquelle des 24 autres cartes de cet ensemble d'être en Nord ou en Sud et l'on doit évaluer cette probabilité à 50%.
Si nous considérons les 13 cartes de Sud, dont il n'a pas encore fourni une seule,

Sud													

la probabilité qu'elles contiennent la ♣D est donc (d'après Borel) 50% ou encore $\mathbf{\frac{1}{2}}$.
Si maintenant nous focalisons notre attention sur une carte particulière de Sud, par exemple la 3^{e} en partant de la gauche.

Sud													

La probabilité de cette carte d'être la ♣D est $\frac{1}{2}$ divisé par 13 soit $\frac{1}{26}$.
C'est aussi la probabilité pour que cette carte soit le ♠2 , le ♥3 , le ♦8 ou n'importe quelle carte encore non localisée.
Donc la probabilité pour que cette carte soit la ♣D ou le ♠2 est $\frac{1}{26}+\frac{1}{26}=\frac{2}{26}$. (Voir la définition de la probabilité)
La probabilité pour que cette carte soit la ♣D ou le ♠2 ou le ♥3 est $\frac{1}{26}+\frac{1}{26}+\frac{1}{26}=\frac{3}{26}$
Et en étendant le processus aux 25 cartes non localisées on trouve que
la probabilité pour que cette carte bleue soit l'une des cartes que l'on n'a pas encore localisées est $\mathbf{\frac{25}{26}}$.
<u>Cette probabilité n'est pas 1, donc ce n'est pas une certitude que cette carte soit l'une des cartes que les NS ont encore en main</u>. Qu'est ce que vous en pensez?
Bien sûr que cette carte est l'une des cartes que NS ont encore en main !
Et comme notre raisonnement ne peut être faux, puisque nous n'avons fait qu'utiliser les propriétés élémentaires de la probabilité, que devons nous en déduire?
Que les prémisses sont fausses, autrement dit que la probabilité de la ♣D en Sud n'est pas $\frac{1}{2}$.

Si l'on appelle **p** la probabilité pour que Sud ait en main la ♣D, pour que la carte bleue soit une des cartes que NS ont encore en main il faudrait que $\frac{25p}{13}$ = 1 , autrement dit que p = $\frac{13}{25}$, autrement dit que la probabilité de la ♣D en Nord soit $\frac{12}{25}$.
C'est exactement la probabilité que l'on trouverait par le procédé des places vacantes ou par le décompte des mains possibles. Vous ne trouvez pas ça curieux?
Mais le pire dans tout ça est que Borel lui-même définit, un peu plus loin, la probabilité de situation d'une carte en Nord comme le rapport $\frac{n}{n+s}$ où **n** est le nombre de cartes non localisées que Nord a encore en main et **s** le nombre de cartes non localisées que Sud a encore en main et ce sans faire de distinction entre cartes significatives ou non - significatives.
Alors mon petit Emile, on faisait un gros dodo le jour où on a pondu cette connerie sur les entames incolores?

On aurait pu faire ce test que nous appellerons "test de la probabilité totale" dans n'importe quelle situation où vous calculez une probabilité par le procédé des places vacantes en ne tenant pas compte de certaines cartes que vous considérerez comme non –significatives et le résultat aurait été le même. Nous en déduisons donc que:

Quand on calcule une probabilité au bridge il n'y a pas de carte non – significative.

Du reste, votre but n'est – il pas de percer les mystères des cartes qui restent encore en main dans les flancs? Lorsque le nombre de ces cartes diminue, les hypothèses que vous pouvez faire sur ces mains ne sont elles pas moins nombreuses? Les distributions régulières des résidus ne deviennent – elles pas de plus en plus fréquentes au détriment des distributions les plus excentrées? Les cartes recherchées n'ont – elles pas de moins en moins de places vacantes où se cacher?
Et si vous considérez que c'est le cas, n'est – il pas normal que lorsque l'un des deux joueurs se départit d'un treizième de son jeu initial la probabilité subisse des bouleversements importants.
Dans une donne banale où aucune dissymétrie n'est dévoilée, considérez ces chiffres:
Au début **10.400.600** mains possibles en nord
Immédiatement après l'entame: une seule carte jouée et plus que **5.200.300** mains possibles en nord.
Après la 4^{e} levée : **48.620** mains possibles en nord.
Après la 8^{e} levée: **252** mains possibles en nord.
Pensez vous que cette hécatombe est sans conséquence sur la probabilité et qu'à la 8^{e} levée il est encore logique de baser l'évaluation de vos chances sur les mains possibles à la 4^{e}, quand ce n'est pas au début du coup?

Tirer des donnes, oui mais avec quel protocole? Quelles contraintes?

Quand nous en sommes à ce stade

Nord	♥**2**												
Sud													

la vision en fréquence commence à vous jouer des tours car vous vous dites que si la probabilité de la ♣D est sa fréquence dans l'ensemble des donnes possibles que vous voyez défiler en pensée, vous devriez la trouver en Nord 50 fois sur 100 et non pas 48 fois sur 100 comme le suggère le calcul qui donne la probabilité de la ♣D en Nord à $\frac{12}{25}$.
Mais êtes vous sûr que l'ensemble des donnes que vous voyez défiler, autrement dit l'ensemble des donnes qu'on obtient par brassage et distribution des 26 cartes des flancs, est l'ensemble des donnes possibles?
Dans votre ensemble de donnes, le ♥2 (carte prétendument non – significative) se trouve une fois en Nord, une fois en Sud. Diriez vous qu'une donne situant le ♥2 en Sud, alors que nous l'avons vu en Nord est une donne possible?
Pour le savoir, il est là aussi inutile de polémiquer pendant des heures. Il suffit de se tourner, une fois encore vers les probabilités élémentaires.

Que vous considériez que la probabilité de situation d'une carte en nord est la fréquence avec laquelle cette carte se trouve en nord dans les donnes possibles ou dans les mains possibles n'a pas d'importance.
Dans la mesure où c'est une certitude que ce ♥2 se trouve en Nord, il faut bien en déduire que la probabilité qu'il soit situé en Nord est 1. Et cela implique que la fréquence du ♥2 en Nord dans les donnes ou les mains possibles est 1.
Autrement dit ce ♥2 doit se trouver en Nord dans toutes les mains ou toutes les donnes qui constituent votre univers.
Seule la probabilité de l'univers est 1 et cela implique que l'univers est constitué de donnes ou de mains qui situent toutes ce ♥2 en Nord.
Que devons nous en déduire? Nous devons en déduire que pour simuler la probabilité cherchée, c'est dans l'ensemble des donnes localisant le ♥2 en Nord que nous devons mesurer la fréquence de la ♣D et dans cet ensemble, nous trouverons qu'elle se trouve en Nord dans 48% des donnes et en Sud dans 52% des donnes.

Si nous devons simuler une probabilité dans une donne par une expérience en fréquence, il faut que dans toutes les donnes, les cartes vues (ou plutôt localisées) soient exactement comme dans la nôtre.

On ne peut prétendre déduire une probabilité dans une donne de tirages ne respectant pas ce critère.

L'influence des comportements.

Certains d'entre vous renâclent à admettre l'évaluation de la probabilité reposant sur le décompte des mains possibles parce que, disent – ils, on fournit ou on défausse sous l'influence de certaines contraintes, ce qui rend certaines distributions plus ou moins probables que d'autres. Par exemple, vous pouvez vous dire que si Nord ne défausse pas des cœurs c'est parce qu'il en a 4, qu'il les juge utiles et qu'il veut garder une opposition contre votre couleur cœur 4e. Ou Peut être qu'il n'en a que 2 et qu'il ne les défausse pas parce qu'il a peur de vous aider à manier les vôtres en orientant votre manœuvre pour vous protéger d'une longueur chez son partenaire. C'est vrai. Mais il faut, ici, que nous fassions la différence entre l'usage trivial du mot "probabilité" et l'usage mathématique. Pour les mathématiques, que vous disiez que tel évènement est plus probable qu'un autre ne suffit pas. Il faut que vous puissiez quantifier leur probabilité respective. Or vous savez bien qu'il n'est pas possible de quantifier l'influence des comportements humains et que, de toute façon, aucun des procédés de calcul de la probabilité que nous comparons n'utilise cette faculté. N'oublions pas que l'enjeu de cet exposé est "comment convient – il de calculer la probabilité en cours de donne?" et que de ce point de vue, on ne peut qu'opposer un calcul à un autre calcul.

Par ailleurs le décompte des mains possibles repose sur l'équivalence, d'un bout de carton avec un autre, suite à l'utilisation de la distribution aléatoire. Bien qu'ils soient différenciés par les dessins figurant les cartes, ces cartons restent équiprobables **dans la partie cachée des mains adverses**. Cela ne veut pas dire qu'une carte a la même probabilité de se trouver en Nord ou en sud. Cela veut dire que tel bout de carton que nord a encore en main a la même probabilité d'être le ♣8, le ♦7 , le ♥ 9, la ♣D que n'importe quel autre bout de carton de la même main.
Il faut comprendre que c'est cette équiprobabilité des bouts de carton qui fait l'équiprobabilité des mains possibles du point de vue du déclarant et que les contraintes psychologiques ou techniques subies par les flancs ne sont pas visibles à travers les bouts de carton qu'ils ont en main. Et encore moins mesurables.
Donc, **que la défausse observée du ♦2 soit moins gênante pour l'adversaire que la défausse d'une autre carte que les joueurs ont encore en main, (autrement dit que sa défausse soit plus probable que celle d'une autre carte, ce qui n'est vrai que du point de vue du joueur qui défausse), n'influe pas sur le nombre de mains possibles du point de vue du déclarant et donc sur le calcul de la probabilité qu'il met en œuvre.**

Ceci dit, il est vrai que si, par exemple Nord entame le ♥2 alors que les cœurs de NS intègrent le roi, il faudrait théoriquement en déduire que Nord n'a pas ♥R2 , sinon il aurait joué contre son intérêt (sauf dans certains cas particuliers) et donc supprimer de l'ensemble des mains possibles celles qui contiennent ♥R2 et 11 non cœurs.
En règle générale, on ne le fait pas, mais si on le faisait ce serait encore le décompte des mains possibles qui permettrait de quantifier la probabilité.
Par contre vous pouvez, juger qu'il est moins bien joué à la couleur d'entamer sous un roi 6e que sous un roi 3e (ou le contraire, les deux opinions ayant de bons arguments à faire valoir) mais comment quantifier la probabilité de ces évènements respectifs et à quoi cela pourrait – il servir dans la mesure où le ♥2 étant entamé, cela n'influe pas sur le nombre des mains possibles dans cette donne?

Si, dans la phrase précédente, j'ai souligné "dans cette donne" , c'est qu'il existe la tentation chez les bridgeurs de calculer la probabilité dans un autre référentiel: un ensemble de donnes où les mains possibles sont les mêmes que dans notre donne mais où, dans chaque donne on fournit les petites cartes équivalentes, de façon aléatoire.
Ce qui signifie que dans ce référentiel si deux mains exactement semblables contiennent ♥5432, en supposant que le joueur qui possède cette main ait fourni un seul cœur, les donnes où il a fourni ou défaussé le 2 seront différentes de celles où il a fourni ou défaussé, par exemple, le 3.
Bon, moi je trouve ça marrant, qu'on considère que ces deux donnes sont différentes, mais ce qui l'est encore plus c'est que ceux qui s'accrochent à cette vision des choses sont en général les mêmes qui trouvent les petites cartes défaussées (ou fournies) non – significatives.
Là non seulement ce 2 défaussé est significatif mais une donne où il est fourni est différente d'une donne où on a fourni le 3 à partir des mêmes cartes.
Jusque là notre univers était formé de l'ensemble des mains possibles au moment où se pose le problème. Maintenant il est formé d'un ensemble de donnes et non de mains, dans lequel deux donnes formées de mains identiques sont différentes lorsque les cartes fournies à partir de ces mains ne sont pas les mêmes.
Au demeurant, au cours des donnes, le joueur ne fournit pas les cartes équivalentes n'importe comment: il les fournit de façon absolument aléatoire, ce qui signifie que chaque combinaison de n cartes équivalentes sera fournie avec une fréquence dépendant du nombre et de la nature des cartes que le joueur aura en main. La fréquence de fourniture va donc permettre de construire un ensemble formé de toutes les possibilités de fournitures à partir des mains possibles et notre univers sera la restriction de cet ensemble aux donnes où l'on a fourni les mêmes cartes que dans la nôtre.
En somme on estime que le mode de fourniture des cartes équivalentes (que l'on considère ici comme aléatoire) constitue un comportement susceptible d'avoir une influence sur la probabilité.
Les bridgeurs utilisent souvent ce référentiel, et ce faisant ils se situent dans un univers différent de celui qu'ils utilisaient au début de la donne, (par exemple pour calculer la probabilité d'un 5332 ou la probabilité de partage d'un résidu 3-1), sans même s'en rendre compte. C'est pour cela que le recours à l'axiomatique est souvent nécessaire quand on utilise les probabilités. Car ..

Mathématiquement, parler de probabilité sans avoir défini l'univers et sa mesure c'est à dire le mode de calcul de la probabilité n'a aucun sens. Or comme deux probabilités, définies sur deux univers différents, ne peuvent mesurer la même chose c'est que l'une d'entre elles ne mesure pas la probabilité dans une donne, elle mesure autre chose.

La loi de Bayes, le moindre choix.

Voici un exemple d'utilisation de ce procédé appelé moindre choix par les bridgeurs, loi de Bayes par les matheux.

Je sais que les trèfles, au début de la donne étaient 4 en nord et 3 en sud. Les 7 trèfles de NS sont ♣D765432.

La probabilité de la ♣D en Nord est donc $\frac{4}{7}$ au début de la donne. Et la probabilité d'un non trèfle en Nord est $\frac{9}{19}$

À la 6e levée Nord défausse un trèfle.

La situation est par exemple la suivante

Nord	♥2	♥3	♠7	♦3	♦7	♣2							
Sud	♥4	♥5	♠A	♦V	♦2	♦3							

Nord a défaussé un trèfle sur un carreau du déclarant.

Quelle est, à ce stade, la probabilité de la ♣D en Nord?

Tous les joueurs savent que lorsqu'on joue de nombreuses donnes où les trèfles sont 4-3, la ♣D se trouvera dans la main de celui qui en a 4 , 4 fois sur 7. Donc pour eux, il est impossible que la probabilité ne confirme pas l'attitude que le bons sens nous dicte. (Peut être leur bon sens oublie-t-il que ♣3, ♣4,…♣7 sont aussi en Nord 4 fois sur 7?)

Pourtant, lorsqu'on calcule la probabilité de la ♣D en nord selon les places vacantes ou selon le décompte des mains possibles on trouve que cette probabilité est $\frac{1}{2}$ à partir du moment où les trèfles sont devenus 3-3.

Il va donc falloir magouiller un peu pour que la probabilité rende les mêmes conclusions que notre bon sens et c'est là qu'intervient la loi de Bayes.

♣2345	$\frac{1}{4}$	♣234D	$\frac{1}{3}$
♣2346	$\frac{1}{4}$	♣235D	$\frac{1}{3}$
♣2347	$\frac{1}{4}$	♣236D	$\frac{1}{3}$
♣2356	$\frac{1}{4}$	♣237D	$\frac{1}{3}$
♣2357	$\frac{1}{4}$	♣245D	$\frac{1}{3}$
♣2367	$\frac{1}{4}$	♣246D	$\frac{1}{3}$
♣2456	$\frac{1}{4}$	♣247D	$\frac{1}{3}$
♣2457	$\frac{1}{4}$	♣256D	$\frac{1}{3}$
♣2467	$\frac{1}{4}$	♣257D	$\frac{1}{3}$
♣2567	$\frac{1}{4}$	♣267D	$\frac{1}{3}$

On voit ici toutes les distributions possibles des trèfles en Nord quand le 2 a été fourni. Il y en a 20.

La colonne suivante indique la fréquence de fourniture du 2 selon le contenu des trèfles, lorsqu'on les fournit aléatoirement sur de nombreuses donnes.

Les adeptes du moindre choix nous disent.

Certes la probabilité d'avoir la ♣D en Nord est $\frac{1}{2}$

Mais, ajoutent - ils, si Nord a la dame la probabilité pour qu'il fournisse le 2 est $\frac{1}{3}$, tandis qu'elle est de $\frac{1}{4}$ s'il n'a pas la dame.

Donc la probabilité pour nord d'avoir la dame et de fournir le 2 est $\frac{1}{2} x \frac{1}{3} = \frac{1}{6} = \frac{4}{24}$

Mais la probabilité pour nord de ne pas avoir la dame et de fournir le 2 est $\frac{1}{2} x \frac{1}{4} = \frac{1}{8} = \frac{3}{24}$.

Ce qui signifie que si on donne a une machine les mains possibles, en proportion de leur probabilité de présence respective et que la machine fournit les cartes de façon aléatoire, sur 24 donnes elle aura fourni le 2 , 7 fois, il proviendra 4 fois de mains avec la dame et 3 fois de mains sans la dame.

On en déduit que dans l'univers des donnes où le ♣2 est fourni, la probabilité de la ♣D dans la main qui en avait **4** sur **7** est $\frac{4}{7}$ même et s'il reste 3 trèfles dans chaque main.

Cette façon de procéder devrait, pourtant chatouiller votre bon sens et attirer plusieurs remarques:

1) Les mains possibles sont les mains possibles dans cette donne. Nul besoin d'en jouer plusieurs pour les imaginer ou les compter. Par contre l'univers du moindre choix n'a de réalité que dans un jeu où l'on distribue de nombreuses donnes lors desquelles la fréquence de fourniture des petites cartes nous renseigne sur la présence des grosses.

Si Nord a la dame dans son jeu, il fournira le 2 avec une fréquence de 1/3 sinon il le fournira avec une fréquence de 1/4. Ce jeu est – il le bridge? Au bridge on compte 53 644 737 765 488 792 839 237 440 000 donnes possibles, ce qui signifie qu'il faudra attendre plusieurs millions d'années avant d'en jouer une semblable. Est – il judicieux, pour évaluer la probabilité que vous imaginiez jouer à un jeu qui vous permet de jouer la même donne plusieurs fois?

2) L'univers du moindre choix comme tout univers restreint par la loi de Bayes dérive d'un univers plus vaste, ici celui des donnes où l'on a fourni un trèfle avec les mains possibles. Et si on fournit le 2 une fois sur 3 ou une fois sur 4, il faut bien que quelquefois on fournisse le 3, le 4 , le, 5, le 6 ou le 7. Or dans une donne où, par exemple, le 3 est fourni, quelle est la probabilité du 2 en Nord? Cette probabilité est 1 ou 100% puisque le 2 est en Nord dans toutes les mains à partir desquelles on fournit. Le bridge est – il un jeu où quand le 3 est fourni vous pouvez en déduire que la probabilité du 2 en Nord est 1? Non évidemment. Alors si on construit un univers à partir d'un autre qui n'a rien à voir avec le bridge pourquoi l'univers construit aurait – il quelque chose à voir avec le bridge? Le bridge est évidemment le seul domaine où les probabilités calculées par Bayes sont incompatibles avec certains aspects du phénomène étudié.

3) Les adeptes du moindre choix débutent leur argumentaire par

"certes la probabilité de la ♣D en Nord est 50% mais …"

Mais si la probabilité de la ♣D est 50% n'est ce pas la probabilité que nous cherchons? Pourquoi faudrait – il en chercher une autre?

4) Et enfin , argument suprême, la probabilité qu'il calculent est basée sur l'à priori d'une fourniture aléatoire. Si comme moi ils fournissaient le plus petit trèfle ou si comme d'autres ils donnaient la parité, la probabilité calculée serait différente de $\frac{4}{7}$. Alors à quoi sert une probabilité si elle dépend d'un comportement que l'on ne connait pas?

Ces arguments devraient suffirent à vous convaincre, qu'en matière de bridge, utiliser la loi de Bayes est impropre, et qu'en fait elle sent le soufre, car elle utilise une illusion d'optique pour vous convaincre d'une chose fausse que votre bon sens accepte avec reconnaissance parce qu'elle le caresse dans le sens du poil. Et de plus, à lui seul l'à priori de la fourniture aléatoire, faux de toute évidence, démontre aisément combien il est dérisoire de l'utiliser.
Le moindre choix exprime bien une probabilité mais dans un autre jeu que le nôtre. Un jeu où une machine fournit des cartes équivalentes de façon automatique et dans lequel il faut se fier à la fréquence avec laquelle certains évènements se réalisent quand le ♣2 est fourni pour parier sur la présence de la ♣D, mais dans lequel parier sur la présence des autres cartes où parier quand une autre carte que le ♣2 est fournie n'a aucun sens.

● Au fait, quelle est la fréquence du ♣3 (ou d'un autre des 5 petits trèfles non localisés) en Nord quand le ♣2 est fourni?
On trouve le ♣3 en Nord dans 5 combinaisons sur 10 sans la D et dans 5 combinaisons sur 10 avec la D, ce qui fait qu'il est absent de Nord dans autant de combinaisons.

Et donc, quand le ♣2 est fourni, la fréquence du ♣3 en Nord est $\frac{1}{2}$**.** Il y a rupture de l'équiprobabilité ♣D, ♣3.
Remarquons au passage que cette carte était en nord 4 fois sur 7 initialement, qu'elle sera en Nord 4 fois sur 7 au cours de tirages successifs mais que le moindre choix ne la trouve en Nord qu'une fois sur deux.
Qu'en pense votre bons sens?
●Et quelle est la fréquence du ♥8 (ou d'un autre des 8 non trèfles non localisés) en Nord quand le ♣2 est fourni?
Le ♥8 est en Nord dans la moitié des mains qui contiennent la ♣D et dans la moitié des mains qui ne la contiennent pas , donc quand le ♣2 est fourni la fréquence du ♥8 en nord est $\frac{1}{2}$**.**
● Et maintenant que nous connaissons la probabilité de toutes les cartes encore non localisées selon le procédé du moindre choix, si nous faisions un petit test de la probabilité totale

Nord	**♥2**	**♥3**	**♠7**	**♦3**	**♦7**	**♣2**							

la probabilité de l'avant dernière carte du jeu de Nord d'être la ♣D est $\frac{4}{7}$ divisé par 7 soit $\frac{4}{49}$
la probabilité de l'avant dernière carte du jeu de Nord d'être le ♣3 est $\frac{1}{2}$ divisé par 7 soit $\frac{1}{14}$
la probabilité de l'avant dernière carte du jeu de Nord d'être un petit ♣ est $\frac{1}{14}$ x 5 soit $\frac{5}{14}$
● la probabilité de l'avant dernière carte du jeu de Nord d'être un ♣ est $\frac{5}{14}+\frac{4}{49}$ soit $\frac{43}{98}$
la probabilité de l'avant dernière carte du jeu de Nord d'être le ♥8 est $\frac{1}{2}$ divisé par 7 soit $\frac{1}{14}$
● la probabilité de l'avant dernière carte du jeu de Nord d'être un non ♣ est $\frac{1}{14}$ x 8 soit $\frac{8}{14} = \frac{56}{98}$
Donc
● la probabilité de l'avant dernière carte du jeu de Nord d'être un ♣ ou un non ♣ est $\frac{43}{98} + \frac{56}{98} = \frac{99}{98}$ **!!!!**
Ce qui est une excellente probabilité pour une certitude mais à condition seulement qu'on utilise le moindre choix comme méthode de calcul. Avec les autres procédés la probabilité de la certitude est 1.

La main de la chicane à pique

Je joue 4♠ en Ouest, Nord entame cœur, je prends, j'extrais les atouts adverses en 3 tours, ils sont 3 en sud, 0 en Nord. Sur les 3 tours d'atout Nord fournit 3 petits carreaux. La situation est la suivante:

Nord	**♥2**	**♦2**	**♦3**	**♦4**									
Sud	**♥3**	**♠2**	**♠3**	**♠4**									

Quelle est la probabilité de la ♣D en Nord?
Je prétends que cette probabilité est 50%.

Roudinesco l'évalue à $\frac{13}{23}$ ce qui revient à se situer dans l'ensemble initial des mains où Nord a une chicane pique.
Rubens pense qu'il faut corriger cette probabilité du fait qu'on sait que les cœurs ne sont pas 7-0 ce qui revient à se situer dans l'ensemble des mains où Nord a chicane pique et où Nord a le ♥2 et Sud le ♥3. Probabilité $\frac{12}{21}$.
Je note que Rubens et Roudinesco ne sont même pas foutus de donner la même probabilité dans cette situation.
Je vous ai **démontré** que pour simuler la probabilité dans une donne il fallait que dans toutes les donnes les cartes connues soient comme dans la nôtre (♥2 + ♦234 en Nord, ♥3 + ♠234 en Sud) or ce n'est pas ce que font Roudinesco et Rubens et dans l'ensemble de donnes "orthodoxe", la ♣D est en Nord une fois sur 2.
Je vous ai **démontré** qu'au bridge il n'y a pas de cartes non significatives quand on applique la loi des places vacantes sinon le calcul ne passe pas le test de la probabilité totale. Ici si vous calculez la probabilité des cartes encore inconnues dans les dispositifs de Rubens ou de Roudinesco, vous verrez que leur probabilité est fausse parce qu'elle ne passe pas le test de la probabilité totale.
Si par contre vous faites le même test avec une probabilité de 50% le calcul montrera qu'elle est cohérente.
Si vous savez ce que **démontrer** veut dire quel autre argument dois je inventer pour convaincre votre bons sens qu'il se trompe? Einstein définissait le bon sens comme "un ramassis de préjugés acquis avant l'âge de 18 ans", vous devriez méditer cette opinion.

Partage et situation

Je joue 4♠ en Ouest, Nord entame cœur, je prends, j'extrais les atouts adverses en 3 tours, ils sont 3 en sud, 0 en Nord. Sur les 3 tours d'atout Nord fournit 3 petits carreaux. La situation est la suivante:

Nord	♥2	♦2	♦3	♦4										
Sud	♥3	♠2	♠3	♠4										

Quelle est la probabilité de la ♣D en Nord?
Je prétends que cette probabilité est 50%.

Roudinesco l'évalue à $\frac{13}{23}$ ce qui revient à se situer dans l'ensemble initial des mains où Nord a une chicane pique.
Rubens pense qu'il faut corriger cette probabilité du fait qu'on sait que les cœurs ne sont pas 7-0 ce qui revient à se situer dans l'ensemble des mains où Nord a chicane pique et où Nord a le ♥2 et Sud le ♥3. Probabilité $\frac{12}{21}$.

Ceci dit, Roudinesco, dans "La majeure par cinq" et dans "Intelligence du bridge" nous donne des tableaux permettant de retrouver les probabilités de partage des résidus d'une couleur lorsqu'on connait, par exemple 4 cartes dans chaque main. Il donne des valeurs approchées mais c'est un jeu d'enfant de retrouver les valeurs exactes.
C'est ce que l'auteur appelle les "probabilités résiduelles" ou probabilités en cours de jeu.
Roudinesco ne s'en doute pas mais on peut utiliser son propre tableau sur les probabilités de partage résiduelles pour démontrer que sa probabilité de situation de la ♣D est fausse.
Comment?
On va supposer qu'il reste 5 trèfles aux flancs, la couleur n'ayant pas été touchée.
Le résultat que nous voulons démontrer est indépendant du nombre de trèfles du flanc.
On note "x/y" un partage attribuant x trèfles en Nord et y trèfles en Sud.
P(x/y) est la probabilité de ce partage des trèfles dans notre donne tel que nous le trouvons dans le tableau de Roudi.
Tout le monde sait que dans le partage x/y, la probabilité de la ♣D en Nord est $\frac{x}{x+y}$ ici $\frac{x}{5}$.
La probabilité pour que les ♣ soient partagés x/y ET pour que la ♣D soit en Nord sera P(x/y).$\frac{x}{5}$
Enfin si on appelle P(♣D en N) la probabilité pour que la ♣D soit en nord indépendamment du partage des ♣ on a
P(♣D en N) = P(0/5).$\frac{0}{5}$ +P(1/4).$\frac{1}{5}$ +P(2/3). $\frac{2}{5}$ +P(3/2). $\frac{3}{5}$ + P(4/1).$\frac{4}{5}$ +P(5/0).$\frac{5}{5}$
C'est ce que j'appelle la **loi de connexion** qui permet de calculer une probabilité de situation en fonction des probabilités de partage.
C'est un résultat banal découlant d'une loi qu'on retrouve dans tous les livres abordant le thème des probabilités composées.

Les probabilités de partage sont les suivantes:

	P(0/5)	P(1/4)	P(2/3)	P(3/2)	P(4/1)	P(5/0)
Roudinesco	1,45%	13,25%	35,3%	35,3%	13,25%	1,45%
calcul exact	$\frac{1}{68}$	$\frac{9}{68}$	$\frac{24}{68}$	$\frac{24}{68}$	$\frac{9}{68}$	$\frac{1}{68}$

Ce qui fait que la loi de connexion donne pour P(♣D en N) la valeur $\frac{170}{340} = \mathbf{\frac{1}{2}}$ et non $\frac{13}{23}$ ou $\frac{12}{21}$.
En marge de cette démonstration faisons 2 remarques:

1) Si Roudinesco utilise l'univers des mains possibles pour calculer ses probabilités résiduelles, pourquoi diable ne l'utilise – t – il pas aussi pour calculer ses probabilités de situation?

2) Le résultat démontré est verrouillé du fait qu'il reste en jeu 5 trèfles et 13 non trèfles. A un partage x/y des trèfles doit correspondre un partage 9-x/9-y des non trèfles ayant la même probabilité que le partage des trèfles, et la probabilité de situation d'un non trèfle obéit, elle aussi, à la loi de connexion:
P(♥6 en N) = P(0/5).$\frac{9}{13}$ +P(1/4).$\frac{8}{13}$ +P(2/3). $\frac{7}{13}$ +P(3/2). $\frac{6}{13}$ + P(4/1).$\frac{5}{13}$ +P(5/0).$\frac{4}{13}$
Ce qui fait que, dans la mesure où vous savez calculer les deux probabilités de situation par le procédé normal, si vous injectez dans les deux formules une probabilité de partage fantaisiste, la loi de connexion ne va pas confirmer les deux probabilités de situations calculées par le procédé "normal"..
Par exemple, si vous basez sur les places vacantes la probabilité de la ♣D en Nord, il faudra bien que vous admettiez que la probabilité de trouver toute autre carte en Nord est la même, puisque dans votre univers, toute autre carte bénéficie des mêmes places vacantes. Supposons que votre univers soit celui de Roudinesco. (piques 0/3).

0/5	1/4	2/3	3/2	4/1	5/0
$\frac{252}{33649}$	$\frac{2730}{33649}$	$\frac{9360}{33649}$	$\frac{12870}{33649}$	$\frac{7150}{33649}$	$\frac{1287}{33649}$

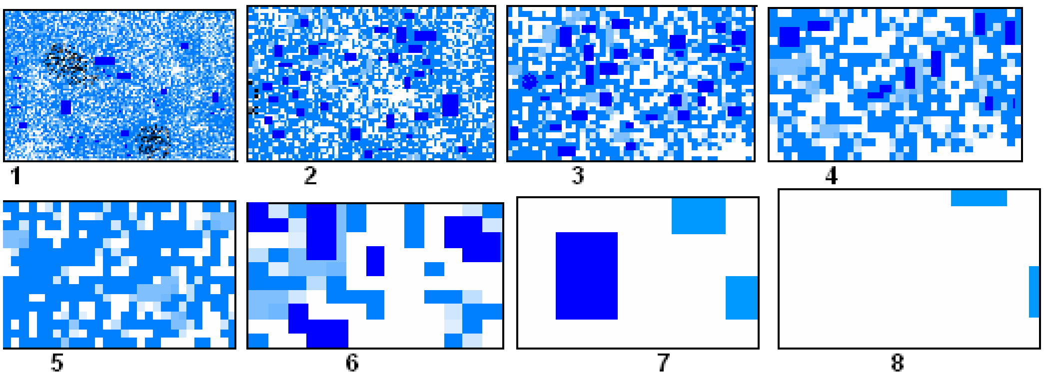
Voici , si le cœur vous en dit, les probabilités de partage des trèfles en Nord quand on connait 3 cartes en Sud et 0 en Nord (ce qui au bridge ne se produit jamais). 33649 = 23x19x11x7.

Dans ce contexte vous aimeriez trouver que la probabilité de situation d'un ♣ ou d'un non ♣ est $\frac{13}{23}$.
Si vous utilisez la loi de connexion vous devriez obtenir satisfaction pour un ♣ mais vous aurez des surprises avec un non ♣, dés lors que dans votre univers il y en a 18 non localisés et non 13 et qu'ils peuvent être partagés 13/5 et non au maximum 9/4 comme c'est le cas dans notre donne.

Malgré ma démonstration, vous persistez à penser que dés lors qu'il est incontestable que dans 13 donnes sur 23 où nord est chicane pique, la ♣D se trouvera en nord, il est préférable de parier systématiquement sur cette éventualité. Pourquoi vous trompez - vous?

Parce qu'il est incontestable que plus la quantité d'information que vous possédez sur la donne que vous êtes en train de jouer augmente, plus l'évaluation de vos chances est juste et mérite votre confiance.
En d'autre terme vous pensez que la stratégie qui consiste à parier sur le profil d'une famille de donnes est la meilleure stratégie que vous puissiez adopter dés lors qu'elle vous fait gagner plus d'une fois sur deux. C'est faux.
Dans votre famille de donnes la ♣D se trouve en Nord 57 fois sur 100. Bien. Si vous pariez 1 euro à égalité sur chaque donne vous gagnez 57 fois, vous perdez 43 fois, bilan: vous gagnez +14 euros.
Si ma stratégie à moi me permet de serrer de plus prés la réalité de la donne, je vais miser avec profit sur Nord mettons 45 fois sur les 57 où la Dame sera effectivement en Nord et je vais miser avec profit sur Sud mettons 30 fois sur les 43 où la dame sera effectivement en Sud. Mon bilan est meilleur que le vôtre puisqu'il est de 75 gains pour 25 pertes. Bilan +50 euros.
Si je suis à un instant de la donne où la probabilité calculée est 50%, rien ne m'empêche de choisir l'hypothèse initialement la plus probable. Mais il n'en demeure pas moins que la probabilité à ce moment là est 50% ce qui m'autorise à choisir aléatoirement le flanc sur lequel je parie.

L'image suivante donne je trouve une idée assez juste de la façon dont vos chances évoluent au cours d'une donne.
Vous parachutez de très haut une caméra sur la planète chicanapika dont vous savez qu'elle se compose à 57% de terres bleues à cause du minerai damadetreflo et à 43% de terres blanches contenant surtout du paniente.
Massés devant l'écran de contrôle retransmettant les images de chicanapika, vous pariez sur la couleur de la zone où la caméra va tomber. Voilà la succession des images dans le temps.



Vous vous souvenez ?
Au début **10.400.600** mains possibles en nord
Immédiatement après l'entame: une seule carte jouée et plus que **5.200.300** mains possibles en nord.
Après la 4^{e} levée : **48.620** mains possibles en nord.
Après la 8^{e} levée: **252** mains possibles en nord.
La première image est celle des mains possibles au moment où vous découvrez la chicane à pique, les images suivantes traduisent l'évolution du panorama des mains possibles au fur et à mesure que vous progressez dans la donne.
Pensez vous qu'il est plus judicieux de parier sur ce que vous savez au début du coup (à la première image) ou sur ce que vous avez appris à la 8^{e} levée (à la 8^{e} image)?
Bien sûr ici (dans cette donne) on ne va pas parier sur damadetreflo parce que le calcul (la mesure comparée des espaces blancs et des espaces bleus) nous dit que paniente est plus probable.
Mais lors de la prochaine chute (donne), il est possible que l'écran soit tout bleu alors on pariera sur damadetreflo et on raflera tout le pognon des gogos qui ont parié à la première image.

Si vous jouiez à la roulette et qu'on vous donne la possibilité de parier le plus tardivement possible, avant que la boule ne tombe dans une case, vous pourriez améliorer vos chances en extrapolant sa trajectoire et réduire votre univers à quelques numéros. Vous auriez mettons une chance sur 10 au lieu d'une chance sur 37.
Seulement voilà, le croupier prononce la phrase fatidique: "les jeux sont faits" et à compter de ce moment là, tout pari est interdit.
Tandis qu'au bridge, les jeux ne sont jamais "faits", vous avez le droit de retarder votre pari autant que possible de telle sorte qu'au moment où vous pariez la probabilité initiale est ridiculement fausse et dépourvue de sens, comme ce serait le cas à la roulette si vous pouviez parier sur une restriction de l'univers initial.
Le rôle des probabilités est de vous informer sur l'évolution de vos chances au fur et à mesure que l'univers se restreint et votre intérêt, quelles que soient les conclusions du calcul, est de ne pas rester en panne sur la vision initiale d'un univers qui n'a plus aucune réalité au moment où vous pariez.

Si capisce?

Idées fausses

Faisons un petit catalogue des idées fausses en matière de probabilité au bridge:

Cartes non – significatives et places vacantes

.
D'un point de vue scientifique considérer que certaines cartes ne comptent pas, autrement dit faire comme si on ne les avait pas vues alors qu'on les a vues est une atteinte à l'honnêteté intellectuelle autant qu'à la logique.
Heureusement, la science, par le biais du calcul, peut facilement apporter la preuve que toute probabilité calculée par ce procédé est fausse dés lors qu'elle est incompatible avec le nombre et la nature des cartes que les joueurs ont encore en main (pourvu qu'on ne nie pas aussi leur réalité).
La loi des places vacantes compare donc bien la disponibilité des cartes que les joueurs ont encore en main au moment du calcul et non des cartes qu'ils pourraient avoir dans une famille de mains n'ayant aucune réalité à ce moment là ou bien dans une famille de mains reposant sur une situation carrément impossible. (Au bridge les places vacantes ne peuvent jamais donner une probabilité de $\frac{10}{23}$ car, à part dans votre imagination, il n'existe pas de situation où l'on connaisse 3 cartes dans une main et 0 dans l'autre).
Si la connaissance des mains cachées présente une dissymétrie <u>au moment du calcul</u> (parce qu'on sait par exemple que celle de Sud contient 2 cartes d'une couleur tandis qu'on ne sait rien de l'autre ou parce qu'on sait que telle main cachée contient 5 cœurs et l'autre 3), les places vacantes ne sont pas en nombre égal dans les deux mains et la probabilité de situation <u>de toute carte encore non localisée</u> est plus forte dans la main qui a le plus de places vacantes.
Lorsqu'il y a autant de places vacantes d'un côté que de l'autre la probabilité de situation d'une carte est 50%.

Roudinesco (probablement inspiré par quelque gourou accro aux drogues dures) prétend que les cartes non – significatives deviennent significatives quand on connait toutes les cartes d'une couleur sauf une. Pourquoi sauf une? Personne n'en sait rien. Mais ce qui est sur c'est que la probabilité au bridge, (si l'on excepte l'accès aux certitudes) n'est pas quantique et qu'il est préférable de penser que cette probabilité a commencé à changer quand on connaissait une, puis deux, puis trois cartes de cette couleur jusqu'au stade où on en connait n-1.

Ceci dit, il arrive souvent que ce soit l'annonce d'un joueur (ouverture, intervention, barrage) qui provoque la dissymétrie des places vacantes et le déséquilibre en cartes peut être compensé ou aggravé par un déséquilibre en points ce qui rend les calculs de probabilité trop complexes pour être faits avec profit à la table. Tout ce qu'on peut dire c'est que dans ce cas la technique des places vacantes n'est plus suffisante et il faudrait en théorie lui substituer un décompte des mains possibles qui lui est capable d'appréhender tous les déséquilibres.

Le partage d'une couleur est connu.

Connaitre un partage de couleur sans qu'il interfère avec un partage de points est une situation rare, puisqu'en général ce sont les enchères qui nous renseignent sur le partage d'une couleur.
Supposons cependant que nous sachions que les cœurs sont partagés 5-3 sans rien connaître du partage des points.
Au début du coup la situation des places vacantes est la suivante.

Nord				♥	♥	♥	♥	♥					
Sud					♥	♥	♥						

Pour les cœurs 5 places vacantes en Nord et 3 en Sud
Pour les autres couleurs 8 en Nord et 10 en Sud.

à la 4^{e} levée

Nord	♣A	♦2	♠2	♠5	♥2			♥	♥	♥	♥		
Sud	♣2	♦9	♠3	♠7	♠9			♥	♥	♥			

Pour les cœurs 4 places vacantes en Nord, 3 en Sud
Pour les non – cœurs 4 en Nord, 5 en Sud.

Mais attention la connaissance d'un déséquilibre en points nous oblige à corriger à la louche l'appréciation de la probabilité découlant des places vacantes.
Par ailleurs on devrait à priori corriger les places vacantes par toute information considérée comme certaine, par exemple un appel carreau trahissant la situation d'un honneur, une parité, une carte tombée d'un jeu.

Tirages de donnes simulant la probabilité.

Nous avons démontré que pour simuler la probabilité dans une donne, il fallait absolument tirer des donnes situant les cartes vues (ou plutôt localisées) comme dans la nôtre, ce que ne font généralement pas les bridgeurs.
Pourtant dés lors que la probabilité de situation des cartes localisées est 1, cela veut dire qu'elles ont la même situation dans toutes les issues que contient l'univers qu'il s'agisse d'un univers de donnes ou de mains.
Il n'est pourtant pas difficile de remarquer que si une carte localisée en Nord dans notre donne se trouve en Sud dans nos tirages, on va calculer que la probabilité qu'elle soit située en Sud n'est pas nulle, puisque cette issue n'est pas vide, ce qui n'est pas cohérent avec notre donne.
Insistons aussi sur le fait que pour que vos tirages soient homologués aptes à traduire la probabilité dans notre donne, <u>ils doivent reproduire par une fréquence non seulement la probabilité que nous recherchons mais toutes les probabilités que nous pourrions chercher</u>.

Le moindre choix.

Après avoir donné à un joueur une combinaison de cartes dont on peut calculer la probabilité de présence chez ce joueur, on prétend que la probabilité de présence n'est plus celle que l'on recherche mais qu'il faut s'en remettre à la fréquence de présence quand on fournit avec les cartes présentes. Et on ne fournit pas n'importe comment, on fournit, sur un grand nombre de coups, de façon aléatoire.
Nous avons démontré, à travers un exemple tout ce que le procédé a de sulfureux:

- pourquoi la probabilité de présence (quand on a fourni) n'est elle pas celle qu'on cherche?
- pourquoi changer d'univers et de procédé de mesure par rapport aux probabilités initiales?
- les clivages induits dans la population de donnes par la fourniture aléatoire font que les probabilités qu'on calcule par le même procédé dans certaines donnes de cette population sont incompatibles non seulement avec une situation de bridge mais aussi avec la probabilité qu'on trouve dans notre donne. Autrement dit, les probabilités qu'on évalue lorsque le 3 est fourni ne sont pas les mêmes que les probabilités qu'on trouve quand le 2 est fourni.
- dans l'exemple étudié, ce procédé ne passe pas le test de la probabilité totale.
- et enfin, ce type de probabilité est inutilisable dés lors que pour la calculer, il faut connaitre la stratégie de fourniture des joueurs avec des cartes équivalentes. Ici elle est considérée comme aléatoire, ce qui est loin d'être toujours le cas. Et même si on connaissait cette stratégie, il suffirait que les joueurs en changent le jour où on les rencontre pour que la probabilité calculée soit fausse.

Pour donner une idée des perversions du moindre choix, imaginez que vous vous rendiez sur une île habitée par 40 valets célibataires, 40 dames célibataires, et 60 valets mariés à 60 dames.
La première personne que vous rencontrez est un valet. Quelle est la probabilité qu'il soit marié?
Pour calculer cette probabilité avez-vous besoin de vous en remettre à un autre procédé que la compilation de l'état civil de l'île pour en déduire que la probabilité cherchée est 60%?
Avez-vous besoin, comme le fait le moindre choix, d'imaginer que si ce valet provient d'un couple marié vous auriez pu rencontrer une dame à la place?
Dés lors que vous ne remettrez plus jamais les pieds dans cette île, avez-vous besoin d'imaginer, comme le fait le moindre choix, que votre rencontre est organisée par le grand chambellan de l'île et que celui-ci, tire au sort soit un célibataire soit un couple, qu'il envoie le célibataire à votre rencontre et qu'il tire au sort parmi les composantes d'un couple celle qu'il envoie à votre rencontre?
Est-ce que l'univers probabiliste imaginé par le chambellan a un sens si l'on n'appréhende pas la probabilité comme une fréquence obtenue suite à un grand nombre d'expériences du même type cumulées dans le temps?
Et si c'est le cas, dés lors que vous pourriez calculer deux probabilités de deux façons différentes, pourquoi choisiriez vous celle qui exige pour avoir un sens que vous retourniez sans cesse dans cette île alors que vous n'y remettrez plus jamais les pieds?

Maniements de couleur

Pour évaluer les chances d'un maniement de couleur, le bridgeur le compare à toutes les distributions de cartes possibles dans cette couleur, pondérées par leur probabilité initiale.
Par exemple je manie en Nord ♠ AD109876 pour en Sud ♠32.
Supposons que je compare 2 stratégies
S1 : je joue petit vers l'as et je le mets sauf si Ouest met le V (je couvre de la D) puis au second tour je couvre à minima la carte d'Ouest.
S2 : je joue petit vers le 10, je couvre à minima la carte d'Ouest. si le 10 est pris du V au second tour je tire l'AS, sinon je poursuis par une impasse si nécessaire
Les combinaisons de pique qui font la différence sont

En Ouest	En Est	Probabilité	Levées S1	Levées S2
23V	R	6,2%	7	6
23R	V	6,2%	6	5
2VR	3	6,2%	6	7
3VR	2	6,2%	6	7
23VR	--	4,8%	5	6

Donc en supposant qu'on soit en TPP il faut faire le plus de levées possibles.
On va dire que
S2 est meilleur dans 17,2% des cas
S1 est meilleur dans 12,4% des cas

Mais puisque les maniements sont articulés différemment selon la première carte fournie par Ouest, pourquoi ne pas les juger à partir du moment où Ouest a fourni sa première carte.
N'est – il pas idiot de juger que S2 va être meilleur dans les cas où Ouest aura 2VR et 3VR alors que ces deux combinaisons s'excluent mutuellement lors de la fourniture de la première carte d'Ouest?
Si on compare les probabilités respectives après que le 2 soit fourni, voilà ce que ça donne:

23V	R	12,4%	7	6
23R	V	12,4%	6	5
2VR	3	12,4%	6	7
23VR	--	9,6%	5	6

Cette fois c'est S1 qui produit le plus de levées avec une fréquence de 24,8% contre 22% à S2. C'est donc S1 qu'il faut choisir à ce moment là.

Selon vous, vaut – il mieux évaluer la rentabilité d'un maniement au moment où les stratégies concurrentes divergent où quand on l'oppose à toutes les combinaisons possibles au début une donne?

Espérance mathématique.

Pour juger un maniement de couleur, on ne juge pas son espérance mathématique en levées. On juge par exemple la probabilité qu'il produise 6 levées en match par 4 ou la probabilité pour qu'il fasse plus de levées qu'un autre maniement en TPP.
Ce calcul a un sens parce qu'il repose sur les probabilités dans la donne qu'on est en train de jouer et pas de la probabilité dans un ensemble de donnes.
Par contre, il existe une estimation de la probabilité de gain à partir de laquelle on doit jouer une manche en match par 4. Elle est basée sur un calcul qui dit, par exemple qu'on doit jouer une manche de 4♠ vulnérable avec une probabilité de gain p telle que $-6(1-p)+12p = 0$,
6 étant le nombre de points qu'on perd quand l'adversaire gagne 3♠ tandis que nous on chute 4♠ de 1 et 12 étant le nombre de points qu'on gagne quand on demande la manche et qu'on la gagne tandis que l'adversaire joue 3♠+1.
Ici le calcul donne $p = \frac{1}{3}$ soit 33%.
Aussi, il arrive qu'à la mi temps d'un match par 4 on voit des joueurs malheureux se pointer avec un déficit de 36 points sur leur feuille parce qu'ils ont joué 6 manches à 34% et que toutes chutaient.
Pas de chance dirons-nous?
Il faut voir.
Quand vous jouez une fois à la roulette, calculer votre espérance mathématique est possible mais cela a une faible portée pratique. Cela peut vous servir, par exemple, à déterminer si le jeu est équitable. Par contre, si vous jouez de la même façon à la roulette des centaines de fois, l'espérance mathématique caractérise votre gain moyen ou votre perte moyenne sur ces centaines de coups. C'est donc dans ce contexte qu'elle prend tout son sens.
En matière de bridge, ce 33% que vous calculez caractérise bien le seuil au delà duquel la probabilité de gain de votre manche doit se situer pour prétendre à une espérance mathématique nulle, mais pratiquement, afficher un bilan nul (ni gain, ni perte) suppose que vous jouiez la même manche de nombreuses fois et que les mains adverses vous sont favorables en moyenne une fois sur trois.
Est – ce ainsi qu'on procède en matière de bridge?
Avouez qu'expliquer aux partenaires que si vous aviez joué la même manche des centaines de fois vous auriez pu espérer équilibrer votre bilan en IMP dénote une vision un tantinet optimiste des probabilités dés lors qu'au bridge on a beaucoup de mal à jouer une manche une seule fois. Alors cent fois …
Tout ce que vous demandent vos partenaires, c'est d'appeler les manches qui gagnent et d'éviter celles qui chutent.
De ce point de vue, est ce que demander une manche dont la probabilité de gain est 33% va vous permettre de répondre à leurs attentes? La réponse est une fois sur trois seulement.
Et si au cours d'un match vous ne gagnez qu'une manche sur trois je pense que vous n'êtes pas favori pour le gagner.
Alors vous pouvez bien sûr vous situer dans la perspective de plusieurs matchs et vous dire qu'à la longue ça finira bien par payer.
Seulement voilà, une fois que le match est plié on passe à un autre et prises une à une les donnes, ne gardent pas la mémoire de vos échecs passés. Les matchs non plus d'ailleurs.
Alors, l'espérance mathématique …
Laissez là donc aux joueurs de roulette et aux casinomaniaques.

En somme, en matière de bridge, pour calculer la probabilité en cours de donne, il faut absolument éviter de recourir à une vision en fréquence qui vous expose à de nombreuses tentations trompeuses. Tournez vous vers les cartes que les joueurs ont encore en main à l'instant T, faites le bilan de ce que vous savez d'elles, faites le décompte des mains possibles et parmi elles de celles qui sont favorables à votre hypothèse, puis évaluez la probabilité de votre hypothèse comme le rapport des deux nombres.
L'espérance mathématique, elle, exige au contraire le recours à une vision en fréquence pour prendre tout son sens.
Mais cela a – t –il vraiment un sens quand on joue à un jeu où pour simuler une probabilité il faut tirer des donnes où les cartes sont exactement comme dans la nôtre alors que nous savons qu'au bridge nous ne nous retrouverons jamais exactement dans la même situation que celle que nous venons de vivre?
Pour reprendre l'image de la caméra qui tombe sur Chicanapika, l'espérance mathématique a un sens pratique pour ceux qui parient systématiquement sur bleu à la première image parce que cette situation va se reproduire fréquemment avec une configuration de leurs chances qui sera toujours la même.
Mais pour ceux qui parient à la 8^{e} image, après que la caméra, poussée par des vents aléatoires, ait accompli un trajet chaotique et imprévisible vers la planète, quel sens pratique l'espérance mathématique (que l'on peut aussi calculer à ce stade) pourrait – elle avoir?

Des cartes aux mains

Les mains sont des ensembles de cartes.
Il faut considérer l'univers des mains possibles comme un ensemble de parties formées à partir d'un ensemble dont les éléments sont les cartes possibles.
En fait c'est de l'équiprobabilité des cartes que les mains héritent leur probabilité.
Comment?
Avant d'entreprendre cette étude, il faut rappeler à certains d'entre vous certaines recettes de dénombrement.

1) Le nombre obtenu en multipliant entre eux les n premier nombres entiers non nuls est appelé factorielle n et noté n!. Donc n! = n(n-1)(n-2)….(2)(1)   par exemple 5! = 5x4x3x2 = 120.
n! est le nombre de permutations possibles qu'on peut opérer sur un ensemble ordonné comptant n éléments.
Par exemple pour un ensemble ordonné de 3 cartes, les permutations possibles sont

♣2	♦2	♠2
♣2	♠2	♦2
♦2	♣2	♠2
♦2	♠2	♣2
♠2	♣2	♦2
♠2	♦2	♣2

On compte 6 permutations possibles.
3! = 3x2 = 6.

On peut dire qu'on peut ordonner une combinaison de 3 cartes de 6 façons possibles.
Ou, ce qui revient au même, qu'on peut opérer 6 permutations d'une combinaison de 3 cartes.

2) On note C_n^p , le nombre de combinaisons de p objets différents qu'on peut former avec n objets différents.
C_n^p est égal au quotient du produit des p plus grand nombres au plus égaux à n par le produit des p plus petits nombres non nuls.

♣2	♦2
♣2	♥2
♣2	♠2
♦2	♥2
♦2	♠2
♥2	♠2

$C_n^p = \frac{n(n-1)(n-2).....(n-p+1)}{p(p-1)(p-2)......(2)(1)}$.

Par exemple, le nombre de combinaisons possibles de 4 cartes 2 à 2 est $\frac{4x3}{2x1}$ = 6.
Combinons les quatre 2 d'un jeu de cartes deux à deux.
Comptons-les: Il y a bien 6 combinaisons possibles.

Il en découle immédiatement que si à la fin de la 8^{e} levée il reste 5 cartes à chaque joueur de la ligne NS (c'est-à-dire 10 cartes en tout) et que nous ne savons rien de plus sur les mains de NS, on peut attribuer à Nord C_{10}^5 mains possibles soit $\frac{10x9x8x7x6}{5x4x3x2}$ = 252 mains possibles.
Si l'on veut compter, parmi ces mains, celles qui contiennent la ♣D on dira que la partie cachée des mains de Nord qui contiennent la ♣D est formée de la ♣D complétée par 4 cartes parmi 9 qui ne sont pas la dame de trèfle, ce qui fait autant de combinaisons de 9 cartes 4 à 4 soit C_9^4 = $\frac{9x8x7x6}{4x3x2}$ = 126 mains possibles contenant la ♣D.

Situons nous maintenant dans l'univers des cartes.

Nous nous situons juste après la 8^{e} levée, nous ne connaissons aucune dissymétrie dans les jeux, il reste 5 cartes à chaque joueur, 10 en tout.
Supposons, pour simplifier que ces 10 cartes soient les quatre 2, les quatre 3, la ♣D et le ♣4.
Et on s'interroge sur la probabilité pour que la partie cachée de la main de Nord soit une main donnée, par exemple

								♣3	♣2	♦2	♥2	♠2

Nous allons d'abord nous intéresser à la première carte de ce groupe

								♣3?	..	..	..	..

Et nous allons nous dire la probabilité pour que cette carte soit le ♣3 est $\frac{1}{10}$.
Puis nous allons nous intéresser à la seconde carte du groupe

								♣3	♣2?	..	..	..

Et nous dire qu'une fois que le ♣3 est en place, la probabilité pour que cette carte soit le ♣2 est $\frac{1}{9}$.
Donc la probabilité pour que la première carte soit le ♣3 et la deuxième le ♣2 est $\frac{1}{10x9}$.
Et en continuant de la même façon pour les autres cartes, on va en déduire que la probabilité pour que la première carte soit le ♣3, la 2^{e} le ♣2, la 3^{e} le ♦2, la 4^{e} le ♥2 et la 5^{e} le ♠2 est $\frac{1}{10x9x8x7x6}$.
Mais cette probabilité n'est pas la probabilité pour que la main soit formée des 5 cartes en question car toute permutation de ces 5 cartes forme la même main.
Par exemple

								♣3	♣2	♦2	♥2	♠2
								♦2	♣3	♠2	♣2	♥2

ces 2 permutations forment la même main.

Et comme il est visible que chaque permutation a la même probabilité de former la main de Nord , et comme on sait qu'il existe 5x4x3x2 permutations possibles de ces 5 cartes on en déduit que dans l'univers des cartes, la probabilité de former une main donnée est $\frac{5x4x3x2}{10x9x8x7x6} = \frac{1}{252}$.

Si l'on se souvient du nombre de mains possibles après la 8e levée (252) on constate que la probabilité pour que la main de Nord soit une main donnée (la main formée de nos 5 cartes arbitraires) est la même que l'on se situe dans un univers de mains (une main sur 252) ou dans un univers de cartes (120 permutations de probabilité individuelle $\frac{1}{30240}$).
Mais comme au bridge on ne s'intéresse qu'aux caractères prêtés aux mains et qu'il est plus facile de compter et de raisonner dans un univers de mains, c'est ce dernier qu'on va choisir pour évaluer la probabilité dans une donne.
Mais sans oublier cependant que ce caractère est hérité de l'équiprobabilité des cartes elle-même héritée du caractère supposé aléatoire de la distribution.
Donc initialement toute carte a la même probabilité de se situer dans une main ou dans l'autre, d'où l'on déduit que toute main formée de 13 cartes déterminées a autant de chances qu'une autre de se trouver chez un joueur.
Et ce n'est pas parce que les joueurs fournissent des cartes à partir d'elle que la main initialement distribuée change et qu'elle devient plus ou moins probable qu'une autre main initiale, parmi les mains qui restent possibles.
Si deux mains sont possibles à l'instant où l'on évalue la probabilité, dés lors qu'elles étaient également possibles immédiatement après la distribution aléatoire, qu'on ait dévoilé, par exemple, 8 cartes qu'elles ont en commun ne peut affecter leur équiprobabilité. Pourquoi en irait – il autrement?
Si l'on considère deux mains possibles, elles ont fourni les mêmes cartes quand on le leur demandait, choisi librement les mêmes cartes lorsqu'elles pouvaient le faire, si ces comportements impliquent que certaines combinaisons ne peuvent figurer parmi les cartes cachées du joueur, cela diminue le nombre des mains possibles, ce qui affecte la probabilité mais pas l'équiprobabilité des mains restant possibles.
Par exemple on pourrait imaginer que la défausse du ♣2 par une main interdise qu'elle ait eu initialement ♣D2 (ce qui a un impact sur le nombre des mains possibles et sur la probabilité) mais les mains qui initialement possédaient ♣D32, ♣ D432, ♣ 32 ♣ 432 restent équiprobables, dés lors qu'on pouvait techniquement défausser le ♣2 avec chacune d'entre elles. Autrement dit:
il est possible que la probabilité de trouver la ♣D en Nord soit 30% à un stade du jeu mais si, à ce stade, les deux mains décrites ci-dessous sont des mains possibles pour Nord

♠4	♠5	♦A	♦3	♦5	♥3	♥R	♠6	♣2	♣D	♣4	♦7	♠8
♠4	♠5	♦A	♦3	♦5	♥3	♥R	♠6	♣6	♣4	♦6	♠7	♠6

toutes deux, qu'elles contiennent ou non la ♣D ont la même probabilité dans le jeu de Nord.
Simplement, pour une raison quelconque, quand on construit toutes les mains possibles en Nord, seules 30% d'entre elles contiennent la ♣D.
Il est important de comprendre que dés lors que deux mains héritent leur équiprobabilité de la distribution aléatoire, il n'y a aucune raison pour que cette équiprobabilité soit remise en question parce que l'un des joueurs peut fournir un deux à la place d'un trois, ni même parce qu'un joueur peut fournir un valet au lieu d'une dame, ni même parce qu'un joueur préfère défausser dans telle couleur plutôt que dans telle autre.
On peut évidemment considérer qu'un type de main est plus probable chez un joueur qu'un autre mais quoi qu'il arrive toute main, parmi les mains possibles, doit rester équiprobable à une autre.

Toute carte fournie ou défaussée a un impact sur les mains possibles et donc sur la probabilité en ce sens que son apparition restreint l'ensemble des mains possibles. Généralement à la fin d'une levée, tant que nous connaissons autant de cartes d'une main que de l'autre, par rapport à la fin de la levée précédente, les probabilités de partage ont changé mais elles restent symétriques, les probabilités de situation n'ont pas changé et restent symétriques.
Mais il arrive que les enchères ou la fourniture de certaines cartes (défausse quand le partenaire fournit, honneur incongru) permette de localiser certaines cartes dans une main alors qu'elles n'ont pas encore été fournies.
Tant qu'on connait plus de cartes d'un jeu que de l'autre, les symétries des probabilités, qu'elles soient de partage ou de situation sont rompues.
Mais attention: lorsqu'un joueur fournit des cartes qu'on avait localisées avant qu'il ne les fournisse pendant que l'autre fournit des cartes que l'on n'avait pas encore localisées, on s'achemine vers une situation où les deux mains seront également connues et les probabilités de situation ou de partage vont tendre vers la symétrie.

La probabilité est une chose, l'analyse des motivations de l'adversaire rapportée à son niveau de jeu ou à son aptitude à fournir des cartes judicieuses ou trompeuses en est une autre.
La première est précisément quantifiée et indépendante des caractéristiques psychologiques prêtées à l'adversaire.
La seconde est exactement le contraire.
Les tentatives de concilier l'une et l'autre sont vouées à l'échec du fait que l'axiomatique des probabilités impose qu'on utilise des règles précises pour la mesurer.
Du reste, évitez de vous pencher sur le jeu ou les habitudes des adversaires pour évaluer la probabilité. N'oubliez pas que leur probabilité n'est pas la même que la vôtre, qu'eux savent (en principe) ce qu'il convient de cacher ou de montrer, et qu'il peuvent profiter de ce travers pour jouer des cartes trompeuses qui vont vous rouler dans la farine.
Si vous voulez avoir une idée juste de la probabilité dans une donne, contentez vous d'évaluer le nombre des mains possibles qui peuvent se cacher dans les cartes que vos adversaires ont encore main sans tenir compte des singeries que leur autorise la liberté de fournir.
Mais évidemment vous gardez la liberté de fonder votre stratégie sur une impression de table plutôt que sur la probabilité.
C'est parfois un risque à courir et il peut advenir que votre jugement des comportements adverses s'avère plus efficace que la froide prédiction à œillères d'un calcul scientifique.